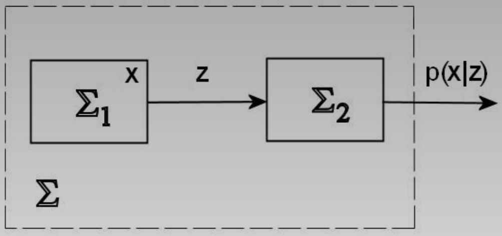
Návrh nelineárního systému odhadu v úlohách filtrace, predikce a vyhlazování

obhajoba disertační práce

Jindřich Duník

Katedra kybernetiky
Fakulta aplikovaných věd
Západočeská univerzita v Plzni

11. dubna 2008



Úloha odhadu stavu

Systém odhadu Σ je tvořen dvěma subsystémy Σ_1 a Σ_2. Subsystém Σ_1 představuje *systém*, jehož neměřitelný stav je subsystémem Σ_2 odhadován na základě měřených dat. Subsystém Σ_2 je nazýván *estimátorem*.

Popis systému

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k,$$
$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k,$$

kde

- $\mathbf{x}_k$ - neměřitelný stav systému,
- $\mathbf{z}_k$ - měřitelný výstup systému,
- $\mathbf{f}_k(\cdot)$, $\mathbf{h}_k(\cdot)$ - známé funkce,
- $\mathbf{w}_k$, $\mathbf{v}_k$ - stavový šum a šum v rovnici měření s nulovou střední hodnotou a kovarianční maticí $\mathbf{Q}_k$, respektive $\mathbf{R}_k$.

Řešení úlohy odhadu stavu

Úplné řešení problému estimace je dáno nalezením hustoty pravděpodobnosti stavu $\mathbf{x}_l$ podmíněné měřením $\mathbf{z}^k = [\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_1, \ldots, \mathbf{z}_k]$.

$$p(\mathbf{x}_l|\mathbf{z}^k) = ?$$

Úlohu odhadu stavu lze rozdělit podle vztahu časových okamžiků k a l na

- úlohu predikce, kdy $l > k$,
- úlohu filtrace, kdy $l = k$ a
- úlohu vyhlazování (interpolace, retrodikce), kdy $l < k$.

Funkcionální rekurzivní vztahy (FRV)

m-kroková predikce

$$p(\mathbf{x}_{k+m}|\mathbf{z}^k) = \int p(\mathbf{x}_{k+m}|\mathbf{x}_{k+m-1})p(\mathbf{x}_{k+m-1}|\mathbf{z}^k)d\mathbf{x}_{k+m-1}$$

filtrace

$$p(\mathbf{x}_k|\mathbf{z}^k) = \frac{p(\mathbf{x}_k|\mathbf{z}^{k-1})p(\mathbf{z}_k|\mathbf{x}_k)}{p(\mathbf{z}_k|\mathbf{z}^{k-1})}$$

m-krokové vyhlazování

$$p(\mathbf{x}_{k-m}|\mathbf{z}^k) = p(\mathbf{x}_{k-m}|\mathbf{z}^{k-m}) \int \frac{p(\mathbf{x}_{k-m+1}|\mathbf{z}^k)}{p(\mathbf{x}_{k-m+1}|\mathbf{z}^{k-m})} \times$$
$$\times p(\mathbf{x}_{k-m+1}|\mathbf{x}_{k-m})d\mathbf{x}_{k-m+1}$$

Exaktní řešení FRV

Exaktní řešení rekurzivních vztahů je možné jen v několika případech, např. pro lineární systém, kde stavový šum, šum v rovnici měření a počáteční podmínka jsou dány normálním rozložením. Řešení rekurzivních vztahů pak vede na lineární estimační algoritmy (např. na Kalmanův filtr).

Aproximativní řešení FRV

- lokální metody
  Založeny na vhodné aproximaci popisu systému tak, aby bylo možné použít techniku návrhu lineárních estimačních algoritmů i pro nelineární systémy.
- globální metody
  Založeny na vhodné aproximaci podmíněných hustot pravděpodobnosti reprezentujících odhad stavu.

Rámcový algoritmus lokálních filtrů

- **Inicializace:** Výpočet začíná v okamžiku $k = 0$, kdy je dáno $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ a $\mathbf{P}_{k|k-1}$.
- **Filtrace:** Filtrační odhad stavu je dán

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = E[\mathbf{x}_k|\mathbf{z}^k] = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_{k|k}(\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}),$$
$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathrm{cov}[\mathbf{x}_k|\mathbf{z}^k] = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_{k|k}\mathbf{P}_{z,k|k-1}\mathbf{K}^T_{k|k},$$

kde $\mathbf{K}_{k|k} = \mathbf{P}_{xz,k|k-1}(\mathbf{P}_{z,k|k-1})^{-1}$ je Kalmanův zisk a $\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}$, $\mathbf{P}_{xz,k|k-1}$, $\mathbf{P}_{z,k|k-1}$ jsou prediktivní charakteristiky měření.

- **Predikce:** Jednokroková prediktivní střední hodnota a kovarianční matice odhadu stavu je určena vztahy

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = E[\mathbf{x}_{k+1}|\mathbf{z}^k] = E[\mathbf{f}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k|\mathbf{z}^k],$$
$$\mathbf{P}_{k+1|k} = \mathrm{cov}[\mathbf{x}_{k+1}|\mathbf{z}^k] = \mathrm{cov}[\mathbf{f}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k|\mathbf{z}^k].$$

Pak $k \leftarrow k+1$ a výpočet pokračuje filtračním krokem.

Standardní lokální metody (1960)

Taylorův rozvoj

Standardní estimační techniky jsou založeny na aproximaci nelineárních funkcí v popisu systému za pomoci Taylorova rozvoje.

Zástupci estimačních metod

- rozšířený Kalmanův filtr, filtr druhého řádu
- rozšířený Rauch-Tung-Striebelův vyhlazovač

Vlastnosti estimačních metod

- Metody jsou známy pro filtraci, predikci a vyhlazování.
- Jsou navrženy numericky stabilní verze.
- Návrh metod je podmíněn výpočtem derivací nelineárních funkcí v popisu systému.

Bezderivační lokální metody (2000)

Stirlingova polynomiální interpolace

Estimační techniky jsou založeny na aproximaci nelineárních funkcí v popisu systému za pomoci Stirlingovy polynomiální interpolace.

Zástupci estimačních metod

- diferenční filtr prvního a druhého řádu
- centrální diferenční filtr

Vlastnosti a otevřené problémy

- Pro návrh technik není vyžadován výpočet derivací nelineárních funkcí v popisu systému.
- Estimační metody byly navrženy jen pro úlohu filtrace.

Bezderivační lokální metody (2000)

Transformace charakteristických bodů

Estimační techniky jsou založeny na aproximaci prvních dvou momentů náhodné veličiny množinou deterministicky zvolených vážených bodů.

Zástupci estimačních metod

- unscentovaný lokální filtr, Gauss-Hermitův lokální filtr

Vlastnosti a otevřené problémy

- Pro návrh technik není vyžadován výpočet derivací nelineárních funkcí v popisu systému.
- Estimační metody byly navrženy jen pro úlohu filtrace.
- Nebyly navrženy numericky stabilní verze těchto filtrů.

Globální metody

Využívají takovou aproximaci podmíněných hustot pravděpodobnosti, aby funkcionální rekurzivní vztahy byly řešitelné.

Hlavní směry v oblasti globálních metod

- **analytický** - aproximace podmíněné hustoty pravděpodobnosti součtem normálních rozložení

  zástupce: *filtr s vícenásobnou aproximací*
- **numerický** - aproximace stavového prostoru ortogonální množinou různě vážených bodů

  zástupce: *filtr založený na metodě bodových mas*
- **simulační** - aproximace hustoty náhodným výběrem stejně vážených bodů

  zástupce: *simulační filtr*

Globální a lokální estimační metody

Globální estimační metody často využívají lokální metody jako „stavební kameny“, nebo jako prostředky pro zlepšení vlastností globálních estimátorů.

Jako příklad mohou být uvedeny

- filtr s vícenásobnou aproximací založený na Taylorově rozvoji prvního řádu, popř.
- unscentovaný simulační filtr.

Doposud však nebyly využity bezderivační aproximační techniky v návrhu estimátorů s vícenásobnou aproximací.

Identifikace systémů a odhad stavu

- Návrh lokálních a globálních metod odhadu stavu je založen na znalosti nelineárních funkcí v popisu systému a na znalosti popisu poruch působících v systému.
- Značná pozornost byla tak věnována zejména návrhu metod pro odhad kovariančních matic poruch působících v systému.

Jako společnou nevýhodu doposud navržených metod odhadu kovariančních matic poruch působících v systému lze chápat omezení na lineární nebo speciální typy nelineárních systémů.

Cíle stanovené v disertační práci

1. Návrh lokálních algoritmů pro vícekrokovou predikci a vyhlazování založených na bezderivačních aproximačních technikách.
2. Odvození numericky stabilních algoritmů bezderivačních lokálních estimátorů.
3. Analýza lokálních bezderivačních metod odhadu stavu.
4. Návrh globálních estimátorů využívající bezderivační lokální metody odhadu stavu.
5. Návrh metody pro odhad kovariančních matic poruch působících v lineárním a nelineárním systému.

Specifikace prvního cíle

Návrh lokálních algoritmů pro vícekrokovou predikci a vyhlazování založených na transformaci charakteristických bodů a Stirlingově polynomiální interpolaci prvního a druhého řádu.

Úloha vícekrokového vyhlazování

Úlohu vyhlazování, tj. nalezení aproximativní hustoty $p(\mathbf{x}_{k-m}|\mathbf{z}^k)$, $m > 0$, lze rozdělit na

- vyhlazování se zafixovaným vyhlazovacím okamžikem $k - m$,
- vyhlazování se zafixovaným rozdílem m a
- vyhlazování se zafixovaným časovým okamžikem měření k.

Rauch-Tung-Striebelův vyhlazovač

Jako vhodný vyhlazovací algoritmus se jeví Rauch-Tung-Striebelův vyhlazovač

$$\hat{\mathbf{x}}_{m|k} = E[\mathbf{x}_m|\mathbf{z}^k] = \hat{\mathbf{x}}_{m|m} + \mathbf{K}_{m|k}(\hat{\mathbf{x}}_{m+1|k} - \hat{\mathbf{x}}_{m+1|m}),$$

$$\mathbf{P}_{m|k} = \mathrm{cov}[\mathbf{x}_m|\mathbf{z}^k] = \mathbf{P}_{m|m} - \mathbf{K}_{m|k}(\mathbf{P}_{m+1|m} - \mathbf{P}_{m+1|k})\mathbf{K}^T_{m|k},$$

kde pro výpočet zisku $\mathbf{K}_{m|k} = \mathbf{P}_{m,m+1|m}\mathbf{P}^{-1}_{m+1|m}$ je klíčový výpočet matice

$$\mathbf{P}_{m,m+1|m} = E[(\mathbf{x}_m - \hat{\mathbf{x}}_{m|m})(\mathbf{x}_{m+1} - \hat{\mathbf{x}}_{m+1|m})^T|\mathbf{z}^m] =$$

$$= E[(\mathbf{x}_m - \hat{\mathbf{x}}_{m|m})(\mathbf{f}_m(\mathbf{x}_m) + \mathbf{w}_m - \hat{\mathbf{x}}_{m+1|m})^T|\mathbf{z}^m] =?$$

Stirlingova interpolace prvního řádu

Stirlingova interpolace byla využita v návrhu diferenčních lokálních estimátorů. Např. pro skalární systém s filtrační střední hodnotou $\hat{x}_{m|m}$ a variancí $P_{m|m} = 1$ je aproximace funkce $f_m(\cdot)$ dána

$$f_m(x_m) \approx f_m(\hat{x}_{m|m}) + \frac{f_m(\hat{x}_{m|m} + h) - f_m(\hat{x}_{m|m} - h)}{2h}(x_m - \hat{x}_{m|m}).$$

Výpočet variance pro návrh diferenčního vyhlazovače

$$P_{m,m+1|m} = E[(x_m - \hat{x}_{m|m})(f_m(x_m) + w_m - \hat{x}_{m+1|m})|z^m] =$$
$$= \frac{1}{2h}\Big(f_m(\hat{x}_{m|m} + h) - f_m(\hat{x}_{m|m} - h)\Big)$$

kde $\hat{x}_{m+1|m} = E[x_{m+1}|z^m] = E[f_m(x_m) + w_m|z^m] = f_m(\hat{x}_{m|m})$

Transformace charakteristických bodů

Transformace charakteristických bodů byla využita v návrhu unscentovaných lokálních estimátorů. Např. pro filtrační střední hodnotu $\hat{x}_{m|m}$ a varianci $P_{m|m} = 1$ je vážená množina bodů dána

$$\mathcal{X}_{0,m|m} = \hat{x}_{m|m}, \qquad \mathcal{X}_{1,2,m|m} = \hat{x}_{m|m} \pm \sqrt{(1+\kappa)1},$$
$$\mathcal{W}_0 = \frac{\kappa}{1+\kappa}, \qquad \mathcal{W}_{1,2} = \frac{1}{2(1+\kappa)},$$

které jsou přepočteny skrze funkci $\mathcal{X}_{i,m+1|m} = f_m(\mathcal{X}_{i,m|m}), \forall i$.

Výpočet variance pro návrh unscentovaného vyhlazovače

$$P_{m,m+1|m} = \sum_{i=0}^{2} \mathcal{W}_i (\mathcal{X}_{i,m|m} - \hat{x}_{m|m})(\mathcal{X}_{i,m+1|m} - \hat{x}_{m+1|m})$$

kde $\hat{x}_{m+1|m} = E[x_{m+1}|z^m] = \sum_{i=0}^{2} \mathcal{W}_i \mathcal{X}_{i,m+1|m}$

Vícekroková predikce

Řešení *m*-krokové predikce spočívalo v nalezení prediktivní střední hodnoty a kovarianční matice, tj.

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+m|k} = E[\mathbf{x}_{k+m}|\mathbf{z}^k] \text{ a } \mathbf{P}_{k+m|k} = \mathrm{cov}[\mathbf{x}_{k+m}|\mathbf{z}^k].$$

Využitím Stirlingovy interpolace a transformace charakteristických bodů byly navrženy diferenční a unscentované lokální prediktory.

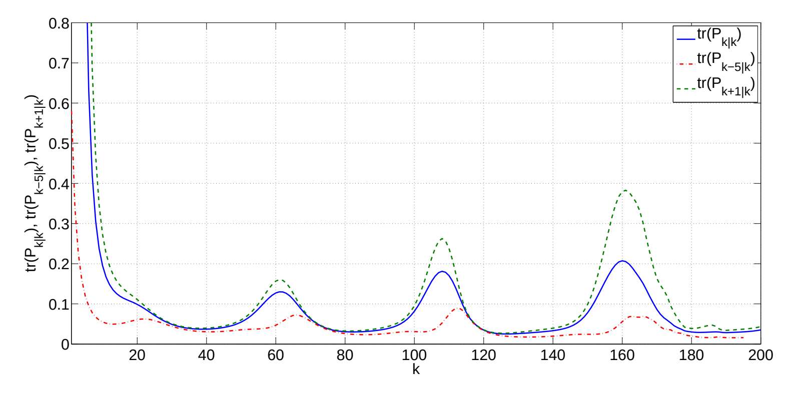
Příklad (kořist - predátor)

$$\begin{aligned} x_{1,k+1} &= 0.8x_{1,k} + 0.031x_{1,k}x_{2,k} + w_{1,k} \\ x_{2,k+1} &= 1.11x_{2,k} - 0.017x_{1,k}x_{2,k} + w_{2,k} \\ z_k &= x_{2,k} + v_k \end{aligned}$$

Střední kvadratická chyba odhadu (Stir. int. 1. řádu)

	filtrace $\hat{\mathbf{x}}_{k\|k}$	vyhlazení $\hat{\mathbf{x}}_{k-5\|k}$	predikce $\hat{\mathbf{x}}_{k+1\|k}$
MSE	0.14	0.02	0.68

Stopy odhadnutých kovariančních matic (Stir. int. 1. řádu)



Specifikace druhého cíle

Odvození numericky stabilních algoritmů bezderivačních lokálních filtrů, prediktorů a vyhlazovačů.

Výpočet kovariančních matic

Hlavní nebezpečí numericky neošetřených lokálních estimačních algoritmů spočívá v možné ztrátě pozitivní definitnosti kovarianční matice odhadu stavu z numerických příčin.
Jako příklad může být uvedena filtrační kovarianční matice

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_{k|k}\mathbf{P}_{z,k|k-1}\mathbf{K}_{k|k}^T.$$

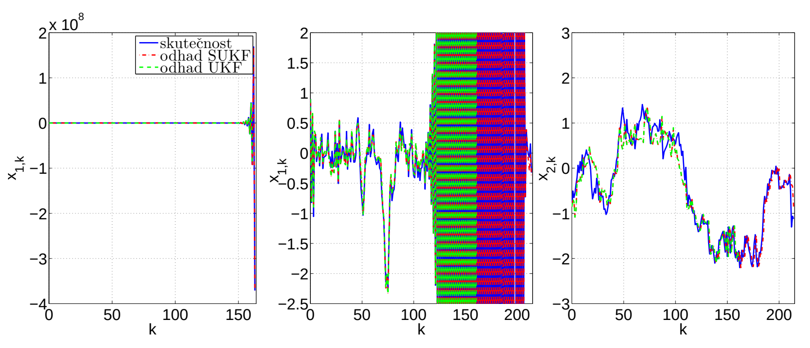
Numericky stabilní výpočet kovariančních matic

Numerické ošetření algoritmů spočívalo v nalezení vztahu pro přímý výpočet rozkladu kovariančních matic $\mathbf{S}_{l|k}$, kde $\mathbf{P}_{l|k} = \mathbf{S}_{l|k}\mathbf{S}_{l|k}^T$.
Vztahy byly odvozeny pro filtry, vyhlazovače i prediktory založené na Stirlingově interpolaci a transformaci charakteristických bodů.

Příklad

$$x_{1,k+1} = x_{1,k}x_{2,k} + w_{1,k}$$
$$x_{2,k+1} = x_{2,k} + w_{2,k}$$
$$z_k = 4x_{1,k} + x_{1,k} + v_k$$

Průběhy stavů a jejich odhadů (UKF)



Odhadnuté střední hodnoty a kovarianční matice (UKF)

$$\hat{\mathbf{x}}_{161|160} = \begin{bmatrix} -8.28 \cdot 10^7 \\ -1.85 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{161|160} = \begin{bmatrix} 9.97 \cdot 10^{13} & 2.23 \cdot 10^6 \\ 2.23 \cdot 10^6 & 0.10 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}_{161|161} = \begin{bmatrix} -0.4690 & -0.0125 \\ -0.0125 & 0.0500 \end{bmatrix}$$

Odhadnuté střední hodnoty a rozklady kov. matic (SUKF)

$$\hat{\mathbf{x}}_{161|160} = \begin{bmatrix} -8.28 \cdot 10^7 \\ -1.85 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{161|160} = \begin{bmatrix} -7.06 \cdot 10^6 & -7.06 \cdot 10^6 \\ 0 & -0.3162 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}_{161|161} = \begin{bmatrix} 0.0250 & 0.0559 \\ 0 & -0.2236 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}_{161|161} = \mathbf{S}_{161|161}\mathbf{S}_{161|161}^T = \begin{bmatrix} 0.0037 & -0.0125 \\ -0.0125 & 0.0500 \end{bmatrix}$$

Specifikace třetího cíle

Analýza bezderivačních aproximačních technik a lokálních bezderivačních estimátorů.

Analýza lokálních estimátorů

Byly nalezeny nové vztahy mezi diferenčními a unscentovanými estimátory, zejména z hlediska kovariančních matic odhadu.

- Lze ukázat, že filtrační kovarianční matice uvažovaných bezderivačních estimátorů je dána vztahem
$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{S}_{k|k-1}\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{H}^T + \mathbf{P}_{e,k|k-1} + \mathbf{R}_k)^{-1}\mathbf{H}\mathbf{S}^T_{k|k-1},$$
kde $\mathbf{H} = \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1})$ je matice prvních diferencí. Pak
$$\mathbf{P}^{\mathrm{UKF}}_{k|k} \approx \mathbf{P}^{\mathrm{DD2}}_{k|k} \geq \mathbf{P}^{\mathrm{DD1}}_{k|k}.$$
- Bylo dokázáno, že diferenční estimátory 2. řádu a unscent. estimátory jsou pro skalární systém totožné algoritmy.

Příklad

$$x_{k+1} = 0.5x_k + 1 + \sin(0.04\pi k) + w_k$$
$$z_k = 0.2x_k^2 + v_k$$

kde

- $p(w_k) = Ga(w_k : 3, \sqrt{2})$, $(\hat{p}^{LF}(w_k) = \mathcal{N}(\mathbf{w}_k : 4.24, 6))$
- $p(v_k) = \mathcal{N}(v_k : 0, 10^{-5})$

Střední kvadratická chyba a variance filtr. odhadu

	DD1	UKF	PMF
$\mathrm{MSE}_{k=8}$	0.1138	0.0880	0.44×10^{-6}
průměrná $P_{k=8\|k=8}$	4.63×10^{-7}	0.1362	0.56×10^{-6}

Specifikace čtvrtého cíle

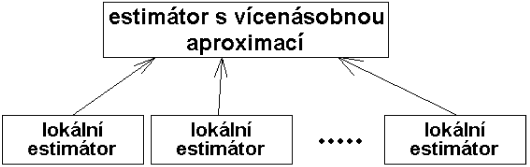
Návrh a analýza globálních estimátorů s vícenásobnou aproximací využitím bezderivačních aproximačních technik.

Estimátory s vícenásobnou aproximací

Estimátory s vícenásobnou aproximací jsou založeny na aproximaci hustot pravděpodobnosti součtem normálních rozložení

$$p(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N} \alpha^{(i)} \mathcal{N}\{\mathbf{x} : \hat{\mathbf{x}}^{(i)}, \mathbf{P}_{\mathbf{x}}^{(i)}\}$$

a mohou být tedy rozuměny jako banka lokálních estimátorů.



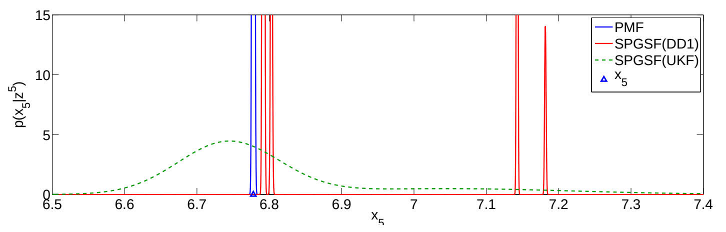
Příklad

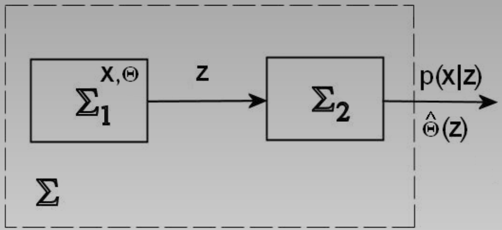
Nechť je uvažován předchozí příklad (příklad), kde hustota pravděpodobnosti stavového šumu je pro filtry s vícenásobnou aproximací popsána $\hat{p}^{SPGSF}(w_k) = \sum_{i=1}^{3} \mathcal{N}\{\mathbf{w}_k : \hat{w}_k^{(i)}, Q_k^{(i)}\}$.

Střední kvadratická chyba odhadu a čas výpočtu

	DD1	UKF	SPGSF(DD1)	SPGSF(UKF)	PMF
MSE	0.46	0.34	0.064	0.037	0.001
čas [s]	0.001	0.001	0.042	0.040	52.8

Filtrační hustoty pravděpodobnosti





Specifikace pátého cíle

Návrh off-line metody pro odhad kovariančních matic poruch působících v lineárním nebo nelineárním systému.

Definice lineárního systému

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}\mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k$$
$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k$$

kde $\mathrm{cov}(\mathbf{w}_k) = \mathbf{Q} = ?$ a $\mathrm{cov}(\mathbf{v}_k) = \mathbf{R} = ?$

Prediktor a vícekroková predikce měření

k-krokový prediktor střední hodnoty je dán vztahem

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|-1} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}_{k-1|-1},$$

který vede k chybě k-krokové predikce

$$\mathbf{e}_k = \mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|-1} = \mathbf{H}\mathbf{F}^k(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_{0|-1}) + \mathbf{H}\sum_{i=0}^{k-1}\mathbf{F}^i\mathbf{w}_{k-i-1} + \mathbf{v}_k.$$

Statistické vlastnosti chyby predikce

$$E[\mathbf{e}_k] = 0$$

$$\mathrm{cov}[\mathbf{e}_k] = \mathbf{H}\mathbf{F}^k\mathbf{P}_{0|-1}(\mathbf{F}^k)^T\mathbf{H}^T + \sum_{i=0}^{k-1}\mathbf{H}\mathbf{F}^i\mathbf{Q}(\mathbf{F}^i)^T\mathbf{H}^T + \mathbf{R}$$

$$\mathrm{cov}[\mathbf{e}_l;\mathbf{e}_k] = \mathbf{H}\mathbf{F}^l\mathbf{P}_{0|-1}(\mathbf{F}^k)^T\mathbf{H}^T + \sum_{i=1}^{l}\mathbf{H}\mathbf{F}^{l-i}\mathbf{Q}(\mathbf{F}^{k-i})^T\mathbf{H}^T$$

Odhad kovariančních matic chyb predikce

Nechť je k dispozici N množin naměřených dat $\mathbf{z}^{(i)} = [\mathbf{z}_0^{(i)}, \mathbf{z}_1^{(i)}, \ldots, \mathbf{z}_n^{(i)}]$, kde $i = 1, 2, \ldots, N$.

Využitím naměřených dat je možné spočítat N množin chyb predikce $\mathbf{e}^{(i)} = [\mathbf{e}_0^{(i)}, \mathbf{e}_1^{(i)}, \ldots, \mathbf{e}_n^{(i)}]$, $\forall i$.

Na základě chyby predikce je možné odhadnout kovarianční matice $\mathrm{cov}[\mathbf{e}_k]$, tj.

$$\mathrm{cov}[\mathbf{e}_k] \approx \hat{\mathbf{P}}_{e_k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \mathbf{e}_k^{(i)} (\mathbf{e}_k^{(i)})^T, k = 0, 1, \ldots, n.$$

Odhad kovariančních matic poruch

Odhady matic $\hat{\mathbf{Q}}$ a $\hat{\mathbf{R}}$ mohou být nalezeny řešením soustavy lineárních rovnic, která vychází z maticové rovnice

$$\hat{\mathbf{P}}_{e_k} = \mathbf{H}\mathbf{F}^k \mathbf{P}_{0|-1} (\mathbf{F}^k)^T \mathbf{H}^T + \sum_{i=0}^{k-1} \mathbf{H}\mathbf{F}^i \hat{\mathbf{Q}} (\mathbf{F}^i)^T \mathbf{H}^T + \hat{\mathbf{R}}, \forall k.$$

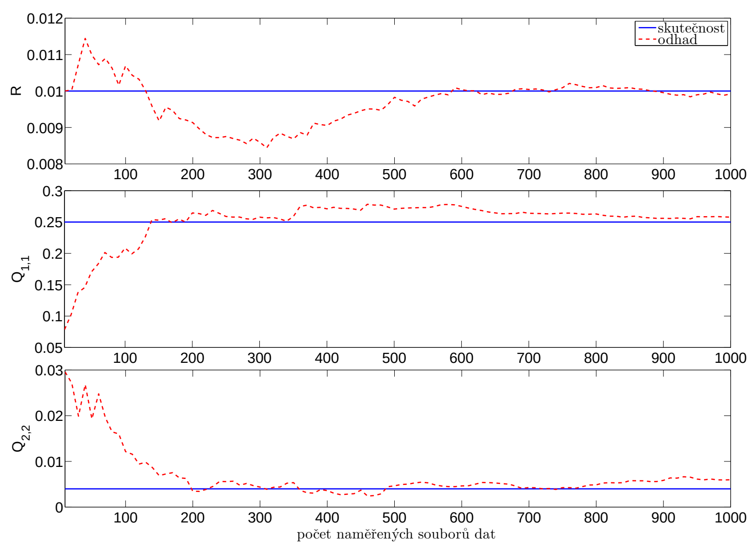
Rozšíření metody pro odhad matic Q a R

- Metoda byla modifikována pro odhad matic **Q** a **R** lineárních stabilních systémů na základě jedné množiny naměřených dat.
- Metoda byla rozšířena pro odhad kovariančních matic poruch nelineárních systémů.

Příklad

$$x_{1,k+1} = x_{1,k}x_{2,k} + w_{1,k}$$
$$x_{2,k+1} = x_{2,k} + w_{2,k}$$
$$z_k = x_{1,k}^2 + v_k$$

Diagonální prvky kovariančních matic poruch (DD1)



Dosažené výsledky

- Byly navrženy lokální prediktivní a vyhlazovací metody založené na Stirlingově polynomiální interpolaci a transformaci charakteristických bodů.
- Byly odvozeny numericky ošetřené lokální bezderivační algoritmy pro filtraci, predikci a vyhlazování.
- Byla provedena analýza bezderivačních aproximačních technik a byly nalezeny nové vztahy mezi bezderivačními estimátory.
- Bezderivační aproximační techniky byly použity pro návrh globálních estimátorů s vícenásobnou aproximací.
- Byla navržena off-line metoda pro odhad všech prvků kovariančních matic poruch působících v lineárním a nelineárním systému.