Optimální aktivní detekce změn a řízení stochastických systémů

Obhajoba disertační práce

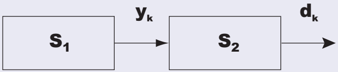
Ivo Punčochář

Fakulta aplikovaných věd
Katedra kybernetiky
Západočeská Univerzita v Plzni

11. dubna 2008

Úvod

Specifikace problému detekce změn/chyb



- $\mathbf{S}_1$ - sledovaný subsystém
- $\mathbf{S}_2$ - subsystém generující rozhodnutí o změnách v subsystému $\mathbf{S}_1$
- **Cíl** - navrhnout subsystém $\mathbf{S}_2$

Úvod

Přínosy detekce změn

- Zvýšení kvality řízení a rozhodování
- Zvýšení spolehlivosti
- Zvýšení bezpečnosti
- Snížení ekonomických ztrát
- Snížení škod na životním prostředí
- Snížení rizika zranění osob

Aplikační oblasti

- Jaderný a chemický průmysl, energetika, plynárenství atd.
- Letectví, automobilový průmysl a dopravní systémy
- Lékařství
- Ekologie

Úvod

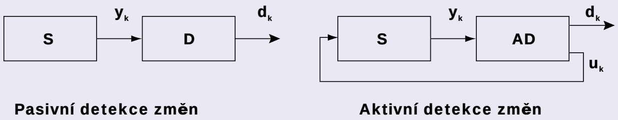
Vývoj metod návrhu subsystému $\mathbf{S}_2$

- Využití redundantních prvků – jednoduchost, vyšší náklady
- Využití modelu signálu – vyšší kvalita detekce, nárůst složitosti
- Využití modelu subsystému $\mathbf{S}_1$
  - Pasivní detekce změn – použití výsledků teorie lineárních a nelineárních systémů a testování hypotéz, rozšířené
  - Aktivní detekce změn – teoreticky i výpočetně náročnější, podstatně méně rozšířené

Úvod

Pasivní a aktivní detekce změn

- **Pasivní detekce změn** – detektor **D** zpracovává pasivně měření $\mathbf{y}_k$ a generuje rozhodnutí $\mathbf{d}_k$ o změnách v subsystému $\mathbf{S}_1$
- **Aktivní detekce změn** – aktivní detektor **AD** generuje rozhodnutí $\mathbf{d}_k$ a navíc vstup $\mathbf{u}_k$, který by měl zvýšit kvalitu detekce



Úvod

Motivace pro stanovení cílů disertační práce

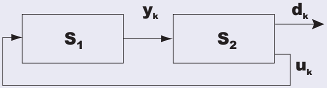
- Roztříštěnost a nesystematičnost současných přístupů k aktivní detekci změn
- Absence formulace problému aktivní detekce změn jako optimalizačního problému
- Neexistence uceleného přístupu k současnému návrhu aktivního detektoru a regulátoru

Cíle disertační práce

1. Nalézt obecnou formulaci a řešení problému optimální aktivní detekce změn a řízení stochastických subsystémů
2. Odvodit exaktní řešení pro jednotlivé speciální případy
3. Nalézt a aplikovat aproximace exaktních řešení pro speciální typ stochastického subsystému

Formulace problému

Systém aktivní detekce změn a řízení



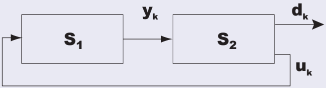
Subsystém $\mathbf{S}_1$ pro $k \in \mathcal{T} = \{0, 1, \ldots, F\}$

$$
\begin{aligned}
\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{f}_k\left(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{w}_k\right)\\
\boldsymbol{\mu}_{k+1} &= \mathbf{g}_k\left(\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{e}_k\right)\\
\mathbf{y}_k &= \mathbf{h}_k\left(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{v}_k\right)
\end{aligned}
$$

- $\mathbf{f}_k(\cdot)$, $\mathbf{g}_k(\cdot)$ a $\mathbf{h}_k(\cdot)$ – známé funkce
- $[\mathbf{x}_k^T, \boldsymbol{\mu}_k^T]^T$ – stav, $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^{n_x}$, $\boldsymbol{\mu}_k \in \mathcal{M} \subseteq \mathbb{R}^{n_\mu}$
- $\mathbf{u}_k \in \mathcal{U}_k \subseteq \mathbb{R}^{n_u}$ – vstup
- $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^{n_y}$ – výstup
- $p(\mathbf{w}_k)$, $p(\mathbf{e}_k)$ a $p(\mathbf{v}_k)$ – známé hustoty pravděpodobnosti

Formulace problému

Systém aktivní detekce změn a řízení



Subsystém $\mathbf{S}_2$ pro $k \in \mathcal{T}$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{d}_k \\ \mathbf{u}_k \end{bmatrix} = \rho_k\left(\mathbf{I}_0^k\right)$$

- $\rho_k(\cdot)$ – neznámá funkce
- $\mathbf{d}_k \in \mathcal{M}$ – rozhodnutí
- $\mathbf{I}_0^k = [{\mathbf{y}_0^k}^T, {\mathbf{u}_0^{k-1}}^T, {\mathbf{d}_0^{k-1}}^T]^T$ – dostupná informace v čase k

Formulace problému

Kritérium

$$J\left(\rho_0^F\right) = \mathrm{E}\left\{\sum_{k=0}^{F} L_k\left(\boldsymbol{\mu}_0^k, \mathbf{d}_0^k, \mathbf{x}_0^k, \mathbf{u}_0^k\right)\right\} \rightarrow \min$$

- $L_k(\cdot)$ – nezáporná ztrátová funkce

Strategie zpracování informace

- Bez zpětné vazby (OL) – subsystém $\mathbf{S}_2$ využívá apriorní pouze informaci
- S částečnou zpětnou vazbou (OLF) – subsystém $\mathbf{S}_2$ využívá apriorní informaci a dosavadní měření
- S úplnou zpětnou vazbou (CL) – subsystém $\mathbf{S}_2$ využívá apriorní informaci, dosavadní měření a respektuje dostupnost dalších měření v budoucnosti

Obecné řešení

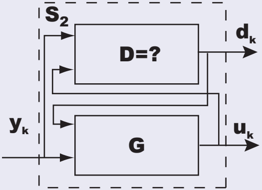
Obecná zpětná rekurzivní rovnice

$$V_k^*(\mathbf{I}_0^k) = \min_{\substack{\mathbf{d}_k \in \mathcal{M} \\ \mathbf{u}_k \in \mathcal{U}_k}} \mathrm{E}\left\{ L_k(\boldsymbol{\mu}_0^k, \mathbf{d}_0^k, \mathbf{x}_0^k, \mathbf{u}_0^k) + V_{k+1}^*(\mathbf{I}_0^{k+1}) | \mathbf{I}_0^k, \mathbf{u}_k, \mathbf{d}_k \right\}$$

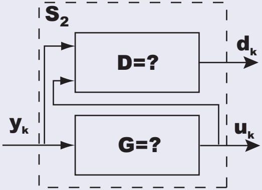
- $V_{F+1}^* = 0$ – počáteční podmínka
- $V_k^*(\mathbf{I}_0^k)$ – Bellmanova funkce

Přehled speciálních případů

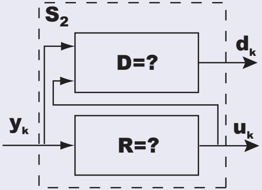
Detektor pro daný generátor vstupu



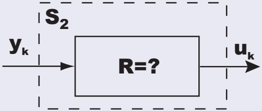
Aktivní detektor



Aktivní detektor a regulátor



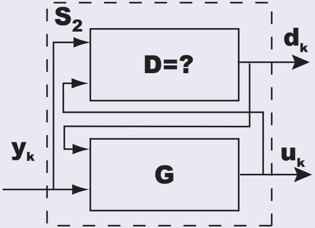
Regulátor



Optimální detektor pro daný generátor vstupního signálu

Specifikace problému

- Ztrátová funkce je $L_k\left(\boldsymbol{\mu}_0^k, \mathbf{d}_0^k, \mathbf{x}_0^k, \mathbf{u}_0^k\right) = L_k^{\mathrm{d}}\left(\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{d}_k\right)$
- Cílem je nalézt detektor **D** pro daný generátor vstupního signálu **G**, který je popsán vztahem $\mathbf{u}_k = \gamma_k(\mathbf{I}_0^k, \mathbf{d}_k)$



Optimální detektor pro známý generátor vstupního signálu

Řešení

- Zpětná rekurzivní rovnice

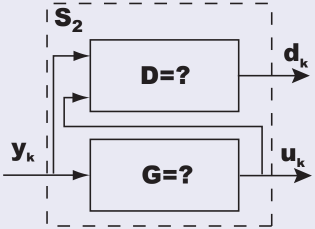
$$V_k^*(\mathbf{I}_0^k) = \min_{\substack{\mathbf{d}_k \in \mathcal{M} \\ \mathbf{u}_k = \gamma_k(\mathbf{I}_0^k, \mathbf{d}_k)}} \mathrm{E}\left\{ L_k^{\mathrm{d}}(\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{d}_k) + V_{k+1}^*(\mathbf{I}_0^{k+1}) | \mathbf{I}_0^k, \mathbf{u}_k, \mathbf{d}_k \right\}$$

- Optimální rozhodnutí $\mathbf{d}_k^* = \boldsymbol{\sigma}_k^*(\mathbf{I}_0^k)$ představuje kompromis mezi správným rozhodnutím a vybuzením subsystému $\mathbf{S}_1$ prostřednictvím generátoru $\mathbf{G}$ ($\mathbf{u}_k^* = \gamma_k(\mathbf{I}_0^k, \mathbf{d}_k^*)$)
- Optimální hodnota kritéria je $J^{\mathrm{ADDG}*}$

Optimální aktivní detektor

Specifikace problému

- Ztrátová funkce je $L_k\left(\mu_0^k, \mathbf{d}_0^k, \mathbf{x}_0^k, \mathbf{u}_0^k\right) = L_k^{\mathrm{d}}\left(\mu_k, \mathbf{d}_k\right)$
- Cílem je nalézt detektor **D** a generátor **G**



Optimální aktivní detektor

Řešení

- Zpětná rekurzivní rovnice

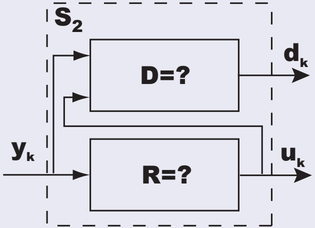
$$V_k^*(\mathbf{y}_0^k, \mathbf{u}_0^{k-1}) = \min_{\mathbf{d}_k \in \mathcal{M}} \mathrm{E}\left\{ L_k^{\mathrm{d}}(\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{d}_k) | \mathbf{y}_0^k, \mathbf{u}_0^{k-1}, \mathbf{d}_k \right\} + \min_{\mathbf{u}_k \in \mathcal{U}_k} \mathrm{E}\left\{ V_{k+1}^*(\mathbf{y}_0^{k+1}, \mathbf{u}_0^k) | \mathbf{y}_0^k, \mathbf{u}_0^k \right\}$$

- Optimální rozhodnutí $\mathbf{d}_k^* = \boldsymbol{\sigma}_k^*(\mathbf{y}_0^k, \mathbf{u}_0^{k-1})$ a optimální vstup $\mathbf{u}_k^* = \gamma_k^*(\mathbf{y}_0^k, \mathbf{u}_{k-1})$ jsou vybrány nezávisle
- Optimální hodnota kritéria je $J^{\mathrm{ADG}*}$

Optimální aktivní detektor a regulátor

Specifikace problému

- Ztrátová funkce je $L_k\left(\boldsymbol{\mu}_0^k, \mathbf{d}_0^k, \mathbf{x}_0^k, \mathbf{u}_0^k\right) = \alpha_k L_k^{\mathrm{d}}\left(\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{d}_k\right) + (1-\alpha_k) L_k^{\mathrm{c}}\left(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k\right)$, $\alpha_k \in (0, 1)$
- Cílem je nalézt detektor **D** a regulátor **R**



Optimální aktivní detektor a regulátor

Řešení

- Zpětná rekurzivní rovnice

$$V_k^*(\mathbf{y}_0^k, \mathbf{u}_0^{k-1}) = \min_{\mathbf{d}_k \in \mathcal{M}} \mathrm{E}\left\{\alpha_k L_k^{\mathrm{d}}(\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{d}_k) | \mathbf{y}_0^k, \mathbf{u}_0^{k-1}, \mathbf{d}_k\right\} +$$
$$\min_{\mathbf{u}_k \in \mathcal{U}_k} \mathrm{E}\left\{(1-\alpha_k) L_k^{\mathrm{c}}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + V_{k+1}^*(\mathbf{y}_0^{k+1}, \mathbf{u}_0^k) | \mathbf{y}_0^k, \mathbf{u}_k\right\}$$

- Optimální rozhodnutí $\mathbf{d}_k^* = \boldsymbol{\sigma}_k^*(\mathbf{y}_0^k, \mathbf{u}_0^{k-1})$ a optimální vstup $\mathbf{u}_k^* = \gamma_k^*(\mathbf{y}_0^k, \mathbf{u}_{k-1})$ jsou vybrány nezávisle. Optimální vstup představuje kompromis mezi řízením a vybuzením subsystému $\mathbf{S}_1$
- Optimální hodnota kritéria je $J^{\mathrm{ADR}*}$

Shrnutí ke speciálním případům

Vztah obecné formulace a speciálních případů

- Navržená formulace představuje jednotný přístup k různým problémům na základě volby $\alpha_k \in [0, 1]$ ve ztrátové funkci $L_k\left(\boldsymbol{\mu}_0^k, \mathbf{d}_0^k, \mathbf{x}_0^k, \mathbf{u}_0^k\right) = \alpha_k L_k^{\mathrm{d}}\left(\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{d}_k\right) + (1 - \alpha_k) L_k^{\mathrm{c}}\left(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k\right)$,
  - $\alpha_k = 1$ a daný generátor $\Rightarrow$ detektor pro daný generátor vstupního signálu
  - $\alpha_k = 1 \Rightarrow$ aktivní detektor a generátor
  - $\alpha_k \in (0, 1) \Rightarrow$ aktivní detektor a regulátor
  - $\alpha_k = 0 \Rightarrow$ regulátor
- Daný generátor vstupního signálu omezuje volnost návrhu a pro hodnoty kritérií platí $J^{\mathrm{ADG}^*} \leq J^{\mathrm{ADDG}^*}$

Zjednodušení popisu subsystému $\mathbf{S}_1$

Vícemodelový přístup

- Subsystém $\mathbf{S}_1$ je v každém čase k popsán jedním modelem z konečné předem stanovené množiny modelů
- Množina $\mathcal{M} = \{1, \ldots, N\}$ je diskrétní a stavová skalární proměnná μ_k reprezentuje index modelu v čase k
- Stavová rovnice $\boldsymbol{\mu}_{k+1} = \mathbf{g}_k(\boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{e}_k)$ je nahrazena pravděpodobnostmi přechodu $P_{i,j} = P(\mu_{k+1} = j | \mu_k = i)$, $i, j \in \mathcal{M}$

Výhody vícemodelového přístupu

- Módy chování subsystému $\mathbf{S}_1$ jsou popsány jednotlivými modely
- Problém odhadu stavu a predikce výstupu je jednodušší
- Existují aproximativní techniky odhadu stavu

Aproximativní řešení zpětné rekurzivní rovnice (ZRR)

Numerické řešení ZRR

- Diskretizace množiny přípustných vstupů $\mathcal{U}_k$
- Numerický výpočet podmíněných středních hodnot v ZRR

Technika postupujícího horizontu

- Optimalizace na zkráceném horizontu
- Aplikace aktuálního rozhodnutí a vstupu

Ilustrační příklady

Úvod k ilustračním příkladům

- Příklady ilustrují tři prezentované speciální případy
- Hlavní cíle příkladů
  - Ukázat zlepšení plynoucí z použití strategie zpracování informace s úplnou zpětnou vazbou
  - Ukázat vliv zafixování generátoru vstupního signálu
  - Prezentovat aktivní detektor a regulátor
- Horizont simulace je pouze $F = 1$ a kromě numerické integrace nejsou použity žádné další aproximace

Optimální detektor pro daný generátor vstupního signálu

Popis subsystému $\mathbf{S}_1$

$$\begin{aligned}\mu_k = 1:\ x_{k+1} &= 0.9x_k + u_k + 0.005w_k\\ y_k &= 0.1x_k + 0.005v_k\\ \mu_k = 2:\ x_{k+1} &= 0.9x_k + u_k + 0.005w_k\\ y_k &= -0.1x_k + 0.005v_k\end{aligned}$$

$p(w_k) = p(v_k) = \mathcal{N}\{0, 1\}$
$p(x_0) = \mathcal{N}\{0, 0.4\}$, $P(\mu_0 = 1) = P(\mu_0 = 2) = 0.5$
Přechodové pravděpodobnosti

$$[P_{i,j}] = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix}$$

Optimální detektor pro daný generátor vstupního signálu

Ztrátová funkce

$$L_k^{\mathrm{d}}\left(\mu_k, d_k\right) = \begin{cases} 0 & \Leftrightarrow \quad d_k = \mu_k \\ 1 & \Leftrightarrow \quad d_k \neq \mu_k \end{cases}$$

Daný generátor vstupního signálu

$$u_k = \gamma_k(d_k) = \begin{cases} 0 & \Leftrightarrow \quad d_k = 1 \\ 50 & \Leftrightarrow \quad d_k = 2 \end{cases}$$

Optimální detektor pro daný generátor vstupního signálu

Srovnání

- Detektor pro daný generátor vstupního signálu navržený s využitím strategie zpracování informace s částečnou zpětnou vazbou (ADDG OLF)
- Detektor pro daný generátor vstupního signálu navržený s využitím strategie zpracování informace s úplnou zpětnou vazbou (ADDG CL)

Výsledky Monte Carlo simulací

	$\hat{J}$	$\mathrm{cov}\{\hat{J}\}$	Čas [s]
ADDG OLF	1.0310	$8.6495 \cdot 10^{-4}$	0.0687
ADDG CL	0.4815	$2.4948 \cdot 10^{-4}$	0.3936

Optimální aktivní detektor

Popis subsystému $\mathbf{S}_1$

$$\begin{aligned}
\mu_k = 1: \quad x_{k+1} &= 0.8x_k + u_k + 0.005w_k \\
y_k &= 0.1x_k + 0.005v_k \\
\mu_k = 2: \quad x_{k+1} &= 0.8x_k + 4u_k + 0.005w_k \\
y_k &= -0.1x_k + 0.005v_k
\end{aligned}$$

$p(w_k) = p(v_k) = \mathcal{N}\{0, 1\}$
$p(x_0) = \mathcal{N}\{10, 0.0004\}$, $P(\mu_0 = 1) = 0.6$, $P(\mu_0 = 2) = 0.4$
Přechodové pravděpodobnosti

$$[P_{i,j}] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Optimální aktivní detektor

Ztrátová funkce

$$L_k^{\mathrm{d}}(\mu_k, d_k) = \begin{cases} 0 & \Leftrightarrow \quad d_k = \mu_k \\ 1 & \Leftrightarrow \quad d_k \neq \mu_k \end{cases}$$

Daný generátor vstupního signálu

$$u_k = \gamma_k(d_k) = \begin{cases} -8 & \Leftrightarrow \quad d_k = 1 \\ -2 & \Leftrightarrow \quad d_k = 2 \end{cases}$$

Optimální aktivní detektor

Srovnání

- Detektor navržený pro daný generátor vstupního signálu s využitím strategie zpracování informace s úplnou zpětnou vazbou (ADDG CL)
- Aktivní detektor navržený s využitím strategie zpracování informace s úplnou zpětnou vazbou (ADG CL)

Výsledky Monte Carlo simulací

	$\hat{J}$	$\mathrm{cov}\{\hat{J}\}$	Čas [s]
ADDG CL	0.4523	$2.7962 \cdot 10^{-4}$	0.3899
ADG CL	0	0	0.3829

Optimální aktivní detektor a regulátor

Popis subsystému $\mathbf{S}_1$

$$\begin{aligned}
\mu_k = 1: \quad x_{k+1} &= 0.8x_k + 0.5u_k + 0.005w_k \\
y_k &= 2x_k + 0.005v_k \\
\mu_k = 2: \quad x_{k+1} &= 0.9x_k + 2u_k + 0.005w_k \\
y_k &= 2x_k + 0.005v_k
\end{aligned}$$

$p(w_k) = p(v_k) = \mathcal{N}\{0, 1\}$,
$p(x_0) = \mathcal{N}\{1, 0.0001\}$, $P(\mu_0 = 1) = 0.51$, $P(\mu_0 = 2) = 0.49$
Přechodové pravděpodobnosti jsou

$$[P_{i,j}] = \begin{bmatrix} 0.99 & 0.01 \\ 0.01 & 0.99 \end{bmatrix}$$

Optimální aktivní detektor a regulátor

Ztrátová funkce

$$L_k(\mu_k, d_k, x_k, u_k) = \alpha_k L_k^{\mathrm{d}}(\mu_k, d_k) + (1-\alpha_k) L_k^{\mathrm{c}}(x_k, u_k)$$

$$L_k^{\mathrm{d}}(\mu_k, d_k) = \begin{cases} 0 & \Leftrightarrow \quad d_k = \mu_k \\ 1 & \Leftrightarrow \quad d_k \neq \mu_k \end{cases}$$

$$L_k^{\mathrm{c}}(x_k, u_k) = x_k^2 + 10^{-4} u_k^2$$

$$\alpha_k = 0.09$$

Optimální aktivní detektor a regulátor

Srovnání

- Detektor a regulátor navržený s využitím principu ekvivalence určitosti (ADR CEC)
- Detektor a regulátor navržený s využitím strategie zpracování informace s úplnou zpětnou vazbou (ADR CL)

Výsledky Monte Carlo simulací

	$\hat{J}$	$\mathrm{cov}\{\hat{J}\}$	Čas [s]
ADR CEC	3.4503	0.0061	0.0732
ADR CL	1.0942	$7.4403 \cdot 10^{-6}$	1.7418

Závěr

Hlavní výsledky

- Návrh formulace a řešení uvedených speciálních případů
- Vytvoření jednotné formulace problému aktivní detekce a řízení
- Jednotná formulace zahrnuje
  - Zde prezentované speciální případy
  - Známé přístupy k aktivní detekci změn [Blackmore and Williams, 2006]

Dílčí výsledky

- Aplikace pro speciální typ stochastického systému
- Návrh aproximačních technik řešení umožňující simulační ověření teoretických výsledků